

2 種類のサービス分布が混在する待ち行列の特性の検証

A computational analysis of a queue contained two different service distributions.

CS16 小泉 考久
指導教員 島川 陽一

1. はじめに

本研究では、サービス時間の異なる 2 種類の客が到着する待ち行列において、行列間で客の移動が発生する場合、M/M/1 モデルによる近似がどの程度まで可能であるのかを、理論値と計算機シミュレーションによる指標を用いて比較評価する。

このような具体的な問題としては高速道路におけるインターチェンジの料金所を想定できる。ここでは ETC 搭載車と非搭載車により 2 種類のサービス分布が混在する。このようなモデルでは待ち時間を理論的に計算することは難しい。M/M/1 による近似性能を評価しておくことは重要であろう。

2. M/M/1 の待ち行列理論による指標

想定するインターチェンジには ETC ゲートと料金徴収員が存在する料金ゲートの 2 つが存在すると仮定する。料金の受け取りにかかる平均サービス時間をそれぞれ $T_{se}=10.0[\text{sec}]$, $T_{sn}=25.0[\text{sec}]$ とし、サービス時間の分布を指数分布と仮定する。

車両は ETC 車載器が搭載されているか否かを属性として持つ。搭載している割合は $p_{etc}=0.871$ で決められ、搭載車は ETC ゲートへ、非搭載車は料金ゲートへ行く。このとき車両の発生がポアソン分布に従うならば、M/M/1 行列が 2 つあると見なすことができる。しかし、ETC の普及により、料金ゲートが ETC/一般両用となる場合が多く、ETC 搭載車も料金ゲートを利用することで、待ち時間に影響を与えていると考えられる。

以上のような特徴を持つ待ち行列問題について、以下の 3 項目に着目して理論値と計算機シミュレーションによる値を比較する。

- ① サービス時間の異なる 2 つの M/M/1 モデル
- ② ①の行列間で車両の移動が発生する場合
- ③ サービス時間を平均化した M/M/1 モデル

3. 計算機シミュレーションによる結果

図 1 に理論値とシミュレーションの結果を示す。

2 つのゲートによる処理を、①サービス時間の異なる 2 つの M/M/1 モデルと考えた場合を検討する。図中の I, II は理論値 VI, VII によく一致している。このことから 2 つの窓口を分けて独立に計算できることが分かる。また本計算機シミュレーションが適正に動作していることも確認できる。

次に②ゲート間で車の移動があり到着が独立で

なくなった場合をみる。ETC 搭載車が料金ゲートに流れるため、ETC 搭載車の平均待ち時間は大きくなり、非搭載車では小さくなる。このとき、図中の IV は理論値 VII におおむね近似する一方で、III は理論値 VI には近似しなかった。しかし、III の変化の仕方は元の I と同様であるため、補正による精度の高い推定が可能であると思われる。

ここで③ 2 つのサービス時間を平均化して、平均サービス時間 T_s を

$$T_s = T_{se}p_{etc} + T_{sn}(1 - p_{etc}) = 11.935$$

として計算することを検討する。この結果 V と比較してみると、シミュレーションの値 III によく近似することが分かる。

到着台数が増加するとシミュレーション結果が理論値から遊離する。平均利用率 $\rho = 0.67$ 未満であれば誤差が 10% 未満であることが分かった。

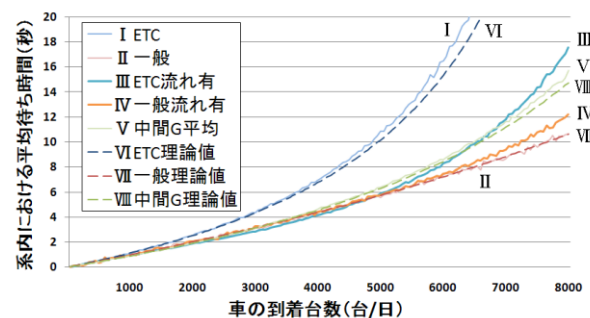


図 1. 理論値とシミュレーション結果の比較

4. おわりに

待ち行列理論における理論値とシミュレーションの結果との比較を通じて、仮説の検証を行った。計算機シミュレーションの結果 2 種類の M/M/1 行列の間で客の移動が発生する場合は、M/M/1 モデルの理論値を近似的に用いることができることが分かった。計算法を補正することでより精度の高い推定が実現できると考えられる。

しかし、理論値と計算機シミュレーションの結果とで扱う平均サービス時間が異なることや、各ゲート間で車両の移動が発生することから、平均利用率 ρ の値に誤差が生まれる。このため近似における遊離が他の近似に比べて大きいことが想定される。この精度の検証は今後の課題である。

文献

- [1] 森村英典 大前義次, 応用待ち行列理論, 日科技連, 1975.