

1. はじめに

グラフ理論の問題の一つに、中国人郵便配達問題がある。この問題は与えられた非オイラーグラフを枝の総コストが最小なオイラーグラフに変形するもので、すでにいくつか解法の提案がされている。本研究ではローカルサーチ法を使用した経路の小さいオイラーグラフを求める手法の評価を行う。本稿ではローカルサーチによって得られる解を示し、人間による解との比較評価を行う。

2. グラフネットワークの最適化

中国人郵便配達問題は、頂点集合の一つのノードを出発し、全ての辺を通過し始点に戻る経路の中で最小の経路を求める問題である。これはオイラー閉路のコスト最小化問題と言い換えることが可能である。

オイラーグラフは、出発地点から全辺を一筆書きで通過し始点に戻ることが可能なグラフを指す。一般のグラフは、接続されている辺の本数が奇数である頂点が存在すると、オイラーグラフとはならない。したがって本問題は度数が奇数のノードの間にノード間のコストを与え、ノードの被覆を起こさないという制約条件下でコスト最小のマッチングを探索する問題と再定義することができる。

3. 最短経路距離の計算方法

辺を追加するときに行う最短経路探索は、行列計算により行う。与えられる行列は奇数の次数のノード間の最短ネットワーク距離を値とする正方行列である。

ネットワーク $G=(V, E)$ で、 V は頂点の集合、 E は枝の集合である。この V の中で度数が奇数のノードの集合を V' とする。頂点 $i, j \in V'$ 間のネットワーク距離を C_{ij} とすると、 ij 間の距離行列は

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1N} \\ C_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ C_{N1} & \cdots & \cdots & C_{NN} \end{pmatrix}$$

となる。ここでノード間の最短距離を得るために以下のような計算を行う。 k は積算の回数である。

$$C_{ij}^k = \min\left(\sum_{i=1}^N C_{ij} C_{ji}, C_{ij}^{k-1}\right) \quad i, j \in V'$$

この C_{ij}^k は k 回ノードを経由する経路での最短距離になることから、 k を充分大きくとれば ij 間の最短距離となる。

4. 計算機実態の結果

実際に最短経路探索を適用する。図1に使用する道路ネットワークを示す。図の枝の長さは各枝のコストと比例する。

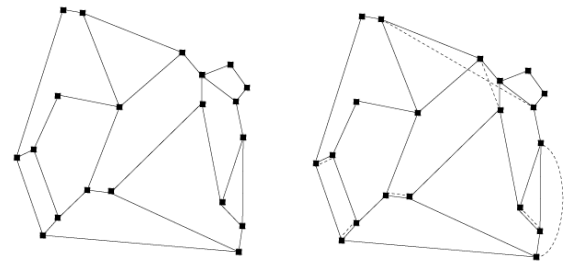


図1: 実験で用いるネットワーク

図1の枝のコストを、初期行列に代入する。3章で提案した方法で行列計算を行い、最短接続グラフを更新する。結果は全数ではなく奇数頂点の数値のみとする。最適化の結果を図1右に示す。ここで破線は新しく追加された枝を示す。2回通過する枝はあまり多くないことがわかる。表1に人間による解との比較を示す。簡単なローカルサーチが人間の発見的な解より良い結果を出力している。

表1: 人間による解との比較

	ノード数	枝数	ローカルサーチ	人の解
ケース1	20	26	22.6 (0.753%)	30.0
ケース2	30	40	27.9 (0.758%)	36.8

5. おわりに

本稿では頂点数 20、枝数 26 のネットワークを用いて中国人郵便配達問題を解いた。本問題は比較的簡単な手法を用いても良好な解を与えることが分かった。本アプローチはノードの2乗でメモリを必要とするため大規模ネットワークでは、大きな計算資源を必要とする。この点での改善が今後の課題である。

参考文献

- [1]佐々木 智之: 標高を考慮に入れた郵便配達経路問題, 中央大学, 1999.
- [2]E.L.lawler et.al: "The Traveling salesman problem", Jahn wiley & Son, New York, 1986.