5401

数式処理システム Risa/Asir における行列計算高速化の試み

An Attempt of Fast Matrix Computation on Computer Algebra System “Risa/Asir”

5CS15 北村竜之介
指導教員 兵頭礼子

1. 緒 言

数式処理という分野において，計算機に”変数を含む式”を渡し計算を行う. 数式処理は数値計算と違い，近似をほとんど行わないので誤差が少なくて済むという特徴があるが，演算速度が遅いという欠点もある. 本研究では演算の高速化を目指す. また本研究を通し，数式処理の分野の勉強をするということも目的の 1 つである. 最終的に数式処理ではどのような要因により計算が速くなるかを考察する. また，オープンソースの Risa/Asir(以下，Asir)に未実装の関数を実装することで，使用者にとって便利なツールとして拡張する.

2. 研究のアプローチ

本研究では逆行列の演算について研究する.

まず研究を行っていくにあたり，参考にする先行研究として，Strassen-Winograd アルゴリズムの行列乗算への適用[1]がある. 先行研究から，数式処理において計算量は計算時間に直接的には影響しないのではないかということがわかる. このことを念頭に置き研究を行う.

Asir に既存で組み込まれているアルゴリズムはガウスの消去法(以下，消去法)である. 対し新規実装を試みるアルゴリズムは，余因子行列を用いた逆行列の求解アルゴリズム(以下，余因子アルゴリズム)である.

両アルゴリズムの計算量は，消去法は$O(n^3)$で，余因子アルゴリズムは$O(n!)$である. 計算量の差は大きいが，先行研究にもある通り，ここでは計算量が演算速度に及ぼす影響は少ないものとする.

次に両アルゴリズムの特徴を見る. 消去法はアルゴリズム内に除算を含んでおり，余因子アルゴリズムは除算を含んでいない. 数式処理において除算は計算時間がかかるという特徴がある. この除算の有無は演算速度において，大きな要因になるのではないかと予測できる.

全体的なアプローチとしては余因子アルゴリズムを C 言語で Asir の中に組み込む. そして既存，新規のアルゴリズムをそれぞれ実行，計算時間計測をし，考察を行う. また，それぞれを行列式，逆行列についての計算時間を測定する. 実験に使う行列は次のようなものである.

- ・サイズを n とし，n=2~20 の正則な行列
- ・数種類の要素をそれぞれ持つ
  - ・整数
  - ・有理数
  - ・多項式(1 変数，多変数)

3. 結 果

整数から 1 変数多項式では行列式，逆行列ともに圧倒的に消去法の方が高速に演算できる. しかし多変数多項式では余因子アルゴリズムが高速である. 記載する結果は逆行列での 1 変数多項式と多変数多項式のものを表にまとめたものである. ただし，結果の得られなかったものは省略している.

表 1.計算時間測定結果 (sec)

	1 変数多項式		多変数多項式	
n	消去法	余因子	消去法	余因子
4	0.002424	0.001702	0.01069	3.57E-04
5	0.01362	0.0137	0.03708	0.003846
6	0.01932	0.05341	0.9498	0.0103
7	0.03632	0.5232	35.97	0.04879
8	0.07593	4.682		0.4408
9	0.1263	44.33		4.965

4. 結 論

実験結果より，次の 2 つの要因が重要だと考えられる.

- ・行列の要素のタイプ
- ・アルゴリズム内の演算の種類(除算の有無)

比較的単純な要素を持つ行列では除算を含んでいても計算量が小さい消去法の方が，複雑な要素を持つ行列であれば余因子アルゴリズムの方が高速に演算できる.

このことから，高次元多変数多項式になるほど，計算量ではなく，アルゴリズム内の演算の種類によって計算時間が変化するということがいえる. つまり，余因子アルゴリズムは要素が複雑な行列ほど相性が良いという結論が得られる.

5. 今後の発展

今後は結論から得られたことをもとに，計測した数値を用いてアルゴリズムと行列の相性を調査する. また，演算とメモリとの関係を調べることを考えている. この2点を調べることで，演算の高速化の要因を突き止め，行列に対し最適なアルゴリズム選択をするための指標にできると考えている.

文 献

[1] NorikoHyodo,HirokazuMurao,TomokatsuSaito, “Matrix Multiplication Made Fast-Practical View of Fast Matrix Operation for Computer Algebra System”, 数式処理 J.JSSAC, 11, 3,4, pp.3-19, 2005