

1. 緒言

本研究は、物理学の理論について取り扱う。そこでこの研究は、物理学という学問に関する見聞を広め、知識を深めることを目的とする。

本研究では、重力相互作用する惑星の軌道を見るために、数値計算シミュレーションを行う。重量場での質点のモデルとして太陽系の惑星を用い、万有引力の力を互いに受けながら運動する惑星の軌道計算を行う。

2. 研究のアプローチ

まずは、太陽系の軌道計算シミュレーションを行うために必要な知識を整理する。

<近日点移動>

太陽の周りをまわる惑星が、楕円軌道上で最も太陽に近づく位置を近日点という。この近日点は、他の惑星からの引力などの様々な摂動や一般相対性理論による効果で、ズレが生じる。これを近日点移動という。

<2体問題>

太陽と地球の2体問題を考えたとき、太陽は地球よりもはるかに質量が大きいのでほとんど動かない。よって、太陽は原点で静止していると考えられる。その場合の地球の運動方程式は

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{GM}{r^3}x \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{GM}{r^3}y \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -\frac{GM}{r^3}z \end{aligned} \quad (1)$$

となる。太陽系すべての惑星を考慮した場合は、8体の多体問題となる。その場合は、(1)の式に他の惑星の摂動を加えてやればよい。

3. 結果

シミュレーションの精度を確認するために、太陽と地球の2体問題の軌道計算を行った。この場合、この2つの天体が距離の逆2乗に比例する引力に従って運動すれば、近日点は移動せず閉じた楕円になる。実際にシミュレーションした結果を以下に示す。

表 1. 地球の近日点の移動角度(秒/年)

δt	移動角度(秒/年)
1.00	1.1138930048442690
0.10	0.0025738233060813
0.01	0.0025684964222094

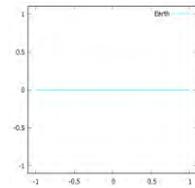
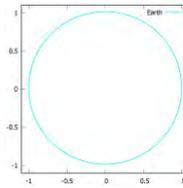


図1. Z軸からみた軌道 図2. Y軸から見た軌道
地球と太陽での2体問題は閉じた楕円になるはずなので、移動角度は0に近いほうがよい。よって、このシミュレーションでは計算の量を増やしすぎないために、計算のステップ δt の値=0.10を採用した。

太陽系すべての惑星の引力を考慮した軌道は以下のようにになった。

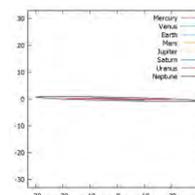
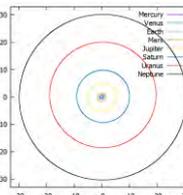


図3. Z軸からみた軌道 図4. Y軸から見た軌道

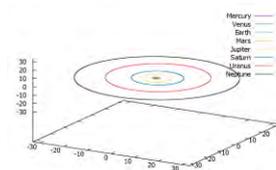


図5. 3次元でみた軌道

軌道計算での地球の近日点移動は16.71(秒/年)であった。実際の地球の近日点移動は11.45(秒/年)であるため、精度があまりよくない。

4. 結論

現在のプログラムでは、2体問題のシミュレーションは問題なく行えるが、他の惑星を考慮した8体の多体問題については精度がよくない。原因として考えられるのは、微分方程式を数値的に解くためのアルゴリズムとして、4次のルンゲ=クッタ法を採用していることである。

5. 今後の発展

プログラムの精度を向上させるために、高次のルンゲ=クッタ法を採用する。また、精度がよくなり次第、一般相対性理論も考慮した軌道計算シミュレーションを行う。

文献

- [1] ハーベイ・ゴールド/ジャン・トポニック, “計算物理学入門”, ピアソン・エデュケーション, pp.13-98, (2000)
- [2] エリ・ランダウ/イェ・エム・リフシッツ, “力学”, 東京図書, pp.1-29, (1986)