

# 数値シミュレーションを用いたニュートン力学と相対性理論の比較

Comparison of motions in Newtonian mechanics and theory of relativity by numeric calculus

11536 成田 光裕

指導教員 山野辺 基雄

## 1. 緒言

ニュートン力学と相対性理論における質点の運動の違いを検証することを目的とする。本研究ではニュートン力学と相対性理論のそれぞれの場合で質点に一定の力が働く場合の運動を比較し、さらにニュートン力学と一般相対性理論の場合での質点の軌道を比較する。この二つの理論を比較する手段として数値計算での比較を採用し、確認する。

## 2. 研究のアプローチ

最小作用の原理を用いてラグランジュ方程式を求めることにより、運動方程式を導出する。

<質点に一定の力が働く場合>

初速度0で質点に一定の力が働く場合の速度をニュートン力学と特殊相対性理論で比較する。

ニュートン力学の運動方程式は

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F \quad (1)$$

である。

特殊相対性理論の運動方程式は

$$m \frac{d^2 x}{d\tau^2} = \frac{F}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2)$$

である。

この2つの運動方程式を用いて数値シミュレーションを行う。

<質点の軌道>

2体問題での質点の軌道をニュートン力学と一般相対性理論で比較する。ここでは、片方の質点の質量がもう一方の質点の質量より限りなく大きいので原点で静止していると仮定する。

ニュートンの運動方程式は

$$x \text{ 方向: } \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{GMx}{r^3} \quad (3)$$

$$y \text{ 方向: } \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{GMy}{r^3} \quad (4)$$

である。

一般相対性理論の運動方程式は

$$x \text{ 方向: } \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{GM}{r^3} \left[ 1 - \frac{aGM}{c^2 r} \right] x \quad (5)$$

$$y \text{ 方向: } \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{GM}{r^3} \left[ 1 - \frac{aGM}{c^2 r} \right] y \quad (6)$$

である。

これらの運動方程式を用いて質点の軌道の数値シミュレーションを行う。

## 3. 結果

<質点に一定の力が働く場合>

初期条件  $t=0$  のとき初速度0で数値計算した結果、ニュートン力学での質点は等加速度運動を行い、光速(約 299,792,458 m/s)に到達しても加速は止まることなく運動を続けた。これに対し特殊相対性理論では、光速を超えずに加速運動をした。

<質点の軌道>

下図1, 図2が質点の軌道の図である。

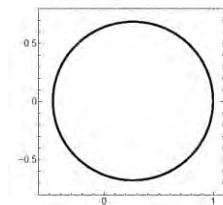


図1. ニュートン力学での質点の軌道

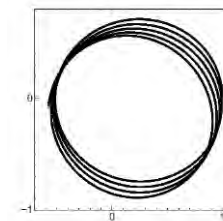


図2. 一般相対性理論での質点の軌道

図1, 図2の初期条件は位置(1.0,0.0), 初速度(0.0,5.0)である。

## 4. 結論

質点に一定の力が働く場合の速度を比較した数値計算で、相対性理論では光速以上に加速することは不可能であることが確認できた。

質点の軌道を数値計算で比較した結果、ニュートン力学における質点の軌道は閉じた楕円になり、一般相対性理論での質点の軌道は閉じない楕円になることを確認できた。

## 5. 今後の発展

一般相対性理論の知識を更に深めて、シュヴァルツシルト・ブラックホール周りの粒子の運動について研究したい。

## 文 献

- [1] ハーベイ・ゴールド/ジャン・トボchnik, “計算物理学入門”
- [2] エリ・ランダウ/イエ・エム・リフシッツ, “力学”, 東京図書