

有限要素法を用いた1次元熱伝導方程式の解について

A solution of a one-dimensional heat conduction equation using the finite element method

CS16 河野 遊
指導教員 山野辺 基雄

1. 緒言

有限要素法は応力解析,電磁場解析及び流体解析などに用いられ,微分方程式の近似解を求める方法の一つである.

本研究の目的は,有限要素法による計算法を学び具体的な1次元モデルに対して,この方法を適用し,得られた近似解を評価することである.

2. 研究のアプローチ

本研究室では初めて有限要素法を用いるためまず基礎理論を学習した[1][2].

シミュレーションを行うにあたって,1次元モデルを用意し厳密解と有限要素法を用いた解との比較を行う.

今後の研究の発展を考慮して研究では作成したプログラムは要素の分割数,解析領域,解析に必要な条件を簡単に換えられるようにした.

3. 有限要素法とは

有限要素法とは,解析したい対象を要素分割して求めた近似解を出す解法である.また,解析的に解を求めるには積分が用いられるが,有限要素法では微分を用い,連立方程式で解を出すため,プログラムで解を導き出すことができる.

4. 計算モデル

1次元定常熱伝導モデル $\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{q}{\lambda} = 0$ を以下の条件の下で解く.

解析領域: $\Omega = (0,1)$, 基本境界条件: $T(0)=0$, 自然境界条件: $\frac{dT}{dx}|_1 = 0$, $\frac{q}{\lambda} = 1$, 分割方法: 均等分割, 分割数: 2, 5

ここで, q は物体内部での単位時間, 単位体積あたりの発熱量, λ は熱伝導率である.

5. 結果

2分割と5分割の場合の厳密解と近似

解は以下の図1及び図2となる.

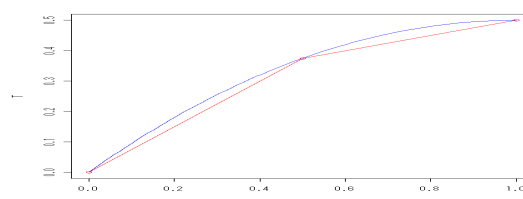


図1 厳密解と結果の比較(2分割)

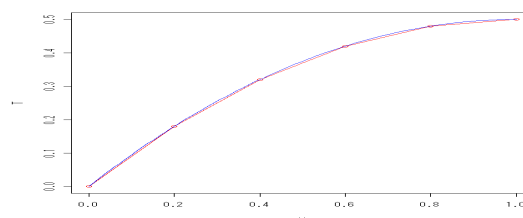


図2 厳密解と結果の比較(5分割)

6. 結論

結果の図1と図2より要素数を増やしても節点解は厳密解と一致することが確認できる.つまり分割数を増やすほど近似解が厳密解に近づいていくことがわかる.

7. 今後の発展

今回は計算モデルが大規模で無い為, 分割数が増えることで計算時間が増えるかを実験できなかった. また, 分割数・計算時間・近似直線の厳密解への近づき方を十分に検討できていないので, その部分について実験を進めたい.

1次元定常問題だけでなく, 非定常問題・2次元の問題なども数値解析できるように発展させる.

8. 文献

[1] 邵 長城, "基本からわかる有限要素法", 森北出版, 2008.

[2] 岸 正彦, "図解入門よくわかる最新有限要素法の基本と仕組み", 秀和システム, 2010.