

## ナップザック問題に対する動的計画法と貪欲法の比較

An Comparative Evaluation of Dynamic Programming and Greedy Algorithm for a Knapsack Problem.

08537 田邊照隆  
指導教員 島川陽一

## 1. はじめに

本研究では、離散最適化問題であるナップザック問題を対象に DP アプローチと貪欲法を用いて解き、結果を比較・評価する。

## 2. ナップザック問題の定式化

荷物( $x_i$ )が  $n$  個あり、それぞれに重さ( $w_i$ )と価値( $p_i$ )が振り分けられている。その荷物を重さ制限( $m$ )の下で最も価値が高くなる組み合わせを求めるのが、ナップザック問題である。目的関数と制約条件は以下のように与える。

- 目的関数

$$\max\{p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n\}$$

- 制約条件

$$w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n \leq m$$

$$x_i = 0 \text{ or } 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

DP アプローチによる解法は、まず与えられた荷物を任意の順序( $1, 2, \dots, k, \dots, n$ )に並べる。次に各容量の制限( $M=1, 2, \dots, m$ )に対して、荷物  $k$  個目までの各解  $f_k(M)$  が求まっているとする。  $k+1$  個目の荷物を入れる判別は、以下の式を用いて行う。

$$f_{k+1}(M) = \max\{f_k(M), p_{k+1} + f_k(M - w_{k+1})\}$$

これを繰り返していき、最終的に求まる  $f_n(m)$  が解となる。

比較する解法には、貪欲法(Greedy Algorithm)を用いる。貪欲法は、以下のような処理手順を用いる。  
①各荷物の単位量あたりの価値が大きい順に並べる。  
②最大容量に達するか、詰めることができる荷物がなくなるまで順番通りに詰めていく。

## 3. 数値実験の結果

重さと価値が一様分布するデータを 30 パターン生成し、数値実験を行う。

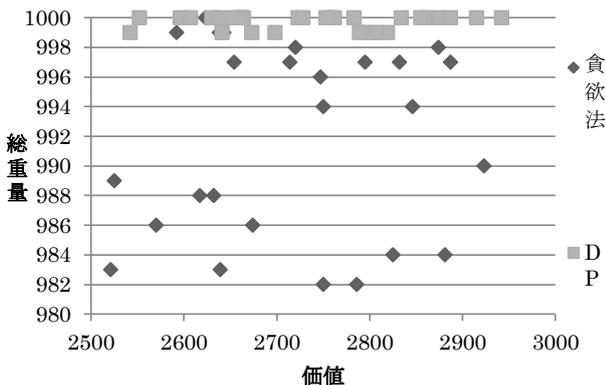


図 1 DP と貪欲法による解の傾向

表 1 DP と貪欲法による解の比較

問題番号	貪欲法			DP アプローチ		
	荷物数	価値	総重量	荷物数	価値	総重量
1	34	2664	1000	34	2664	1000
2	33	2639	983	33	2673	999
3	35	2720	998	35	2723	1000
4	34	2570	986	34	2596	1000
5	34	2846	994	34	2860	1000
6	35	2881	984	36	2915	1000
7	33	2623	1000	33	2630	1000
8	35	2757	1000	35	2757	1000
9	35	2832	997	35	2834	1000

荷物数は 500、最大容量は 1000 とする。図 1 に DP と貪欲法による求解能力の傾向を示す。この図では縦軸は総重量、横軸は価値である。この散布図では、問題ごとの比較は行っていないので、価値の違いは分からないが、総重量の傾向は分かる。貪欲法の解の分布は大きくばらついているのに対し、DP アプローチは上部に密集しており、最大容量に近づくように荷物を詰めていることが分かる。

表 1 に比較のため、図 1 の問題から 9 つを抽出して、解を示す。表から、貪欲法は最大容量まで詰めきれていないのに対し、DP アプローチは最大容量に近づいていることが図 1 と同様に確認できる。詰め込む荷物数に差はほとんどないが、DP アプローチの価値が貪欲法よりも優れた値となっている。問題番号 1, 7, 8 では、貪欲法と DP アプローチの総重量がどちらも最大容量と等しくなっている。しかし問題番号 7 だけは、DP アプローチよりも貪欲法の価値が劣っている。

## 4. まとめ

ナップザック問題を対象に、DP アプローチと貪欲法の解の傾向を比較した。貪欲法では、最大容量まで詰め込める可能性が少ない。それに対し、DP アプローチでは最大容量まで詰め込む可能性が高いので、価値も優れている。また貪欲法では最大容量まで荷物を詰めたとしても、DP アプローチより価値が劣ることがあることがわかった。

今回は DP アプローチと貪欲法の比較を行ったが、この比較では DP アプローチが問題に対してどの程度有用であるかは分からない。そのため、全解探索による理論値と比較をすることが今後の課題である。

## 文献

- [1] 林 芳男, 0-1 ナップザック問題の数理とアルゴリズム, 近畿大学商経学会, 2000