

## 1. はじめに

一般に交通量配分問題では利用者均衡配分 (User Equilibrium Assignment) とシステム最適化配分 (System Optimum Assignment) が経路選択の基準として用いられる[1][2].

本稿ではこのうち、システム最適化配分を求めるアルゴリズムを flank-wolf 法に基づいて提案し、実装する。また、簡単な 2 端子ネットワークを用いてこのアルゴリズムの妥当性を検証する。

## 2. システム最適化配分の定式化

システム最適化による配分交通量は道路施設者や管理者が交通計画を策定するときに用いる交通フローのパターンで、道路全体で利用コスト(この場合は時間)が最小となるような最適化問題として与えられる。すなわち、

$$\min Z = \sum_{k=2}^m \xi_k \Phi_k(\xi_k) \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k=1}^m d_{ak} \xi_k = 0 \quad (2)$$

$$\xi_k \geq 0 \quad a = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\xi_1 = F \quad k = 2, \dots, m \quad (4)$$

となる。ここで  $\xi_k$  はリンク  $k$  を流れる流量で、 $\Phi_k$  はリンクコスト関数、 $F$  は総流量である。式(1)は総トラベルコストの最小化を表している。式(2)は流量の保存則、式(3)は非負条件である。

## 3. システム最適化配分の計算アルゴリズム

本研究で提案するシステム最適化配分のアルゴリズムを以下に疑似コードで示す。基本的には利用者均衡配分[1]を求める frank-wolfe 法の目的関数を式(1)に変更したアルゴリズムである。

- ① 初期実行可能解の設定  
収束回数を  $n = 1$  として各リンクのコストを  $0$  に設定する。
- ② リンクコストの更新  
 $x^{(n)}$  に対する  $f(x^{(n)})$  を計算する。
- ③ 各 OD で最短経路探索  
各枝のコスト関数を  

$$\Phi_k(\xi_k) + \frac{\partial}{\partial \xi_k} \Phi_k(\xi_k) \xi_k$$
 として Dijkstra 法を使い最短経路を求める。

- ④ 次元探索  
目的関数(1)が最小となる  $a$  を求める。  
 $x^{n+1} = ay + (1-a)x^n$  の計算を実行し、 $x^{n+1}$  を求める。
- ⑤ 収束判定  
 $\epsilon \geq \left| \frac{x^{(n+1)} - x^{(n)}}{x_a^{(n)}} \right|$  を満たさない場合は②へ満たされた場合は終了する。

図 1. システム最適化配分の疑似コード

④の次元探索は最急降下法により、目的関数(1)の最小化を行っている。

## 4. 計算結果の検証

提案したアルゴリズムを C 言語で実装し、図 2 に示す 2 端子ネットワークを用いてアルゴリズムの検証を行う。各枝のコスト関数  $\Phi_k(\xi_k)$  は単調増加関数で  $2\xi$ ,  $\xi$ ,  $\xi + 10$  とする。ネットワークへの流入量は起点①から終点④へ 5 流れるものとする。

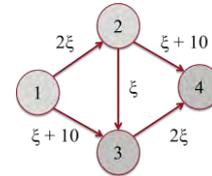


図 2. 2 端子ネットワーク

与えられたネットワークの各枝のコスト関数を式(1)に代入し、制約条件(2), (3), (4)を用いて、ラグランジュ未定定数法により最適解を求めると  $Z = 87.5$  となる。3 章で提案したアルゴリズムによる結果は  $87.5$  で枝の流量が一意に求まるとともに最適解が得られた。これにより、開発したアルゴリズムはシステム最適化を原則とする交通量の配分を求めることができることがわかった。

## 5. まとめ

本稿ではシステム最適化配分のアルゴリズムを frank-wolfe 法に基づいて提案し、実装した。簡単な 2 端子ネットワークで検証した結果、同じ計算結果が得られることが分かった。

## 文献

- [1] Azuma Taguchi, "Braess' Paradox in a Two-terminal Transportation Network", Journal of the Operation Research Society of Japan, Vol.25, No.4, December 1982, pp.376-384, 1982
- [2] Dietrich Braess, "Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung", Unternehmensforschung, Bd.12, pp.258-268, 1968
- [3] Richard Arnott and Kenneth Small, "The Economics of Traffic Congestion", American Scientist, Vol.82, pp.446-454, 1994