

数式処理システム Risa/Asir と描画ソフトウェア Surf を用いた三次元グラフの描画

A development of a function to draw 3-dimentional graphs by using Risa/Asir and Surf

S10503 伊藤祐一
指導教員 兵頭礼子

1. 緒言

本研究は数式処理システム Risa/Asir と描画アプリケーション Surf を組み合わせて数学的に正しい3次元グラフの表示を行うものである。数式処理能力の高い Risa/Asir と、複雑な計算は行えないが、きれいなグラフを描画することができる Surf を組み合わせることで、3次元グラフの描画を実現する。本研究では Risa/Asir に3次元グラフを描画する関数を追加する形で上記の機能の実現を目指す。

2. 研究のアプローチ

数学的に正しいグラフを描画する方法として Cell 型アルゴリズムを用いる。これはグラフの描画領域を Cell (二次元では四角形) に分割し、描画しない Cell を削除することでグラフを描画するというアルゴリズムである。

本研究では三次元描画を行うため、Cell を Voxel とよばれる立方体に拡張し、描画領域を分割する。このとき Voxel を描画しないと判断する指標によって描画されるグラフの精度が変わる。この指標には Signature Character, Precise Character, Faithful Character の3つがある。Signature Character が最も計算が軽く、精度は低く、Faithful Character は最も計算は重いが高精度が高い指標である。それぞれに利点が存在するが、本研究では Precise Character を用いてグラフの描画を行う。

Precise Character とは、関数が2変数有理係数代数関数であれば、Sturm 列を求め Sturm の定理により解の判定が確実にできることを利用したものである。しかし、これは二次元の場合である。三次元に拡張する場合、これに加えて Gröbner 基底を求める必要がある。本研究では Risa/Asir で方程式を Surf が利用できる形に変換し、Surf でグラフの描画を行うが、Surf での描画にこのアルゴリズムを使用している。Cell 型アルゴリズムを使用することで、解が存在すると判定された Voxel の中には確実に解が存在することが保証される。これによって数学的に正しいグラフを描画することができる。

3. 結果

作成した関数を用いて描画を行った結果を以下に示す。

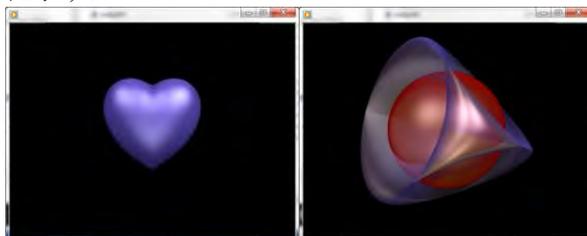


図 1: Heart

図 2: ローマ曲面と球

図 1 は

$$320(-x^2z^3 - \frac{9y^2z^3}{80}) + (x^2 + \frac{9y^2}{4} + z^2 - 1)^3 = 0$$

という式のグラフを実際に描画したものである。

図 2 は

$$x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2 - 16xyz = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 30 = 0$$

上記の2つの式を同時に描画したものである。グラフは動画形式で出力され、グラフを様々な角度から見る事ができる。また、グラフの拡大や縮小、色の変更、透明度の変更などが行える。

4. 結論

本研究では数式処理システム Risa/Asir と描画アプリケーション Surf を用い、三次元グラフの描画を実現した。今回、Precise Character を用いて判定を行ったが、現在 Precise Character で描画不可能な点に関してはまだ解明されていない。今後の理論の研究の発展に期待する。

文献

- [1] 横田博史, 『はじめての Maxima』
2006 年, 工学社発刊
- [2] 野呂正行, 横山和弘, 『グレブナー基底の計算基礎編』
2003 年, 東京大学出版会発刊
- [3] 近藤祐史, 兵頭礼子, 村尾裕一, 齋藤友克
「Asir での3変数陰関数描画」
数理解析研究所講究録 1843 号 (2013 年)
pp. 140~145
- [4] 近藤祐史, 齋藤友克
「数式処理における関数零点の描画」
数式処理 J. JSSAC vol. 12 (2005 年)
pp. 33~46